贪心算法专题-课余

讲义

未授课内容

24 个章节 · 19 道例题

目录

01	JSC2019 Qual E: Card Collector	题目
02	贪心合并模型	知识
03	AGC023 F: 01 on Tree	题目
04	反悔贪心	知识
05	最小逾期任务	题目
06	多机区间调度	题目
07	加权单机区间调度	题目
08	加权多机区间调度	题目
09	区间划分	题目
10	区间覆盖	题目
11	区间点覆盖	题目
12	CF893D: Credit Card	题目
13	CF1255E2: Send Boxes to Alice (Hard Version)	题目
14	CF1299C: Water Balance	题目
15	最大 K 子段和	题目
16	唯一父状态堆枚举	知识
17	子集第 k 小和	知识
18	多集合第 k 小和	知识
19	消防局的设立	题目
20	随机数生成器	题目
21	ARC066 C: Addition and Subtraction Hard	题目
22	AGC008 D: K-th K	题目
23	CF1003D: Coins and Queries	题目
24	AGC032 E: Modulo Pairing	题目

01 · JSC2019 Qual E: Card Collector

AtCoder JSC2019 Qualification E

有 H 行 W 列的网格，放置了 N 张卡片。第 i 张卡片在 (R_i, C_i)，上面写着整数 A_i；同一格可以有多张卡片。

先进行第一轮：每行至多选一张卡片。再进行第二轮：每列至多选一张卡片。最终选中的卡片取两轮的并集，求卡片上的整数之和的最大值。

$1 \le N \le 10^5$，$1 \le H, W \le 10^5$，$1 \le A_i \le 10^5$。

02 · 贪心合并模型

知识

笔记

03 · AGC023 F: 01 on Tree

AtCoder AGC023 F

有一棵以 1 为根的有根树，第 i 个点上写着 $V_i \in \{0, 1\}$。把树上的点排成一个序列，要求任意点的所有祖先都排在它的左边。设从左到右读出的 01 序列为 X，求 X 的最小逆序对数。

$1 \le N \le 2 \times 10^5$。

04 · 反悔贪心

知识

笔记

05 · 最小逾期任务

有 n 个任务，第 i 个任务的加工时间为 p_i，截止时间为 d_i。所有任务在时刻 0 到达，单机、非抢先执行。若任务 i 的完工时间 $C_i > d_i$，则称它逾期，记 $U_i = 1$，否则记 $U_i = 0$。

求一种执行顺序，使逾期任务数

$$\sum_{i=1}^{n} U_i$$

最小。

$1 \le n \le 10^5$，$1 \le p_i, d_i \le 10^9$。

06 · 多机区间调度

有 m 个学生和 n 个任务。第 i 个任务占用时间区间 $[s_i, t_i]$。

每个任务至多由一名学生完成；同一名学生的任务时间不能重叠。求最多能完成多少个任务。

$1 \le m \le n \le 2 \times 10^5$，$0 \le s_i < t_i \le 10^9$。

07 · 加权单机区间调度

给定 n 个区间 $[l_i, r_i]$ 和权值 $w_i > 0$。选择若干两两不相交的区间，使总权值最大。

端点相接视为相容。

$1 \le n \le 2 \times 10^5$，$0 \le l_i < r_i \le 10^9$，$1 \le w_i \le 10^9$。

08 · 加权多机区间调度

给定 n 个区间 $[l_i, r_i]$ 和权值 $w_i > 0$，以及 m 台相同的机器。

选择若干区间并分配到机器上，使同一台机器上的区间两两不重叠，且选中区间的总权值最大。

端点相接视为相容。

09 · 区间划分

给定 n 个区间 $[l_i, r_i]$。把所有区间分配到尽量少的机器上，使同一台机器上的区间两两不重叠。

端点相接视为相容。

10 · 区间覆盖

给定目标区间 $[L, R]$ 和 n 个可用区间 $[l_i, r_i]$。选择尽量少的可用区间，使它们的并集覆盖 $[L, R]$。无解输出 -1。

端点相接视为可以连续覆盖。

$1 \le n \le 2 \times 10^5$。

11 · 区间点覆盖

给定 n 个区间 $[l_i, r_i]$。选择尽量少的点，使每个区间至少包含一个选中的点。

点可以选在任意实数位置，区间为闭区间。

12 · CF893D: Credit Card

Codeforces 893 D

有 n 天，账户初始余额为 0，余额上限为 d。第 i 天晚上发生交易 a_i：

- 若 $a_i > 0$，账户增加 a_i；
- 若 $a_i < 0$，账户减少 $-a_i$；
- 若 $a_i = 0$，检查余额，要求余额非负。

每个早晨可以存入任意正整数，但任意时刻余额都不能超过 d。求最少需要在多少个早晨存款；无解输出 -1。

$1 \le n \le 10^5$，$1 \le d \le 10^9$，$-10^4 \le a_i \le 10^4$。

13 · CF1255E2: Send Boxes to Alice (Hard Version)

Codeforces 1255 E2

有 n 个盒子，第 i 个盒子初始有 a_i 颗糖果。一次操作可以把一颗糖果从盒子 i 移到相邻的盒子 $i-1$ 或 $i+1$。

求最少操作次数，使得存在整数 $k > 1$，每个盒子中的糖果数都能被 k 整除；无解输出 -1。

$1 \le n \le 10^6$，$0 \le a_i \le 10^6$，且至少有一个 $a_i > 0$。

14 · CF1299C: Water Balance

Codeforces 1299 C

有 n 个水箱排成一排，第 i 个水箱有 a_i 升水。一次操作可以选择区间 $[l, r]$，把区间内所有水箱的水量都改成该区间的平均值。

可以进行任意多次操作，求能得到的水量序列中字典序最小的一个。输出每个水箱最终的水量，误差不超过 10^{-9}。

$1 \le n \le 10^6$，$1 \le a_i \le 10^6$。

15 · 最大 K 子段和

给定长度为 n 的整数序列 A，维护 q 次操作：

- `0 l r v`：把 $A_l, \dots, A_r$ 全部赋值为 v；
- `1 l r k`：在 $A_l, \dots, A_r$ 中选出至多 k 个两两不相交的非空连续子段，使这些子段中所有元素之和最大。可以不选任何子段，此时答案为 0。对每个询问输出最大和。

$1 \le n, q \le 10^5$，$|A_i|, |v| \le 10^9$，$1 \le k \le 20$。答案可能超过 32 位整数范围，需使用 64 位整数。

16 · 唯一父状态堆枚举

知识

笔记

17 · 子集第 k 小和

知识

笔记

18 · 多集合第 k 小和

知识

笔记

19 · 消防局的设立

Luogu P2279
给定一棵 n 个结点的树，边权都为 1。选择尽量少的结点建立消防站，使得每个结点到某个消防站的距离不超过 2。

$1 \le n \le 1000$。

20 · 随机数生成器

Luogu P2354
给定随机种子 x_0, a, b, c, d，先按

$$x_i = (ax_{i-1}^2 + bx_{i-1} + c) \bmod d$$

生成随机序列。令 $K = NM$，初始排列 $T_i = i$。对 $i = 1, ..., K$，交换 T_i 与 $T_{(x_i \bmod i)+1}$；再进行 Q 次额外交换。

把最终的 T 逐行填入 N 行 M 列的棋盘。从 $(1,1)$ 出发，每次向右或向下走到 (N,M)。把路径上的 $N+M-1$ 个数排序，得到路径序列。

求字典序最小的路径序列。

$2 \le N, M \le 5000$，$NM \le 2.5 \times 10^7$。

21 · ARC066 C: Addition and Subtraction Hard

AtCoder ARC066 C
给定只含加号和减号的表达式

$$A_1\mathtt{op}_1A_2...\mathtt{op}_{N-1}A_N.$$

可以在数字前或数字后插入任意多对括号，改变运算顺序，使表达式的值最大。求最大值。

$1 \le N \le 10^5$，$1 \le A_i \le 10^9$。

22 · AGC008 D: K-th K

AtCoder AGC008 D
给定长度为 N 的序列 $x_1, ..., x_N$，其中 x_i 互不相同。

构造一个长度为 N^2 的序列，使 $1, ..., N$ 每个数都恰好出现 N 次，并且数字 i 的第 i 次出现位于第 x_i 个位置。无解输出 `No`。

$1 \le N \le 500$。

23 · CF1003D: Coins and Queries

Codeforces 1003 D
有 n 枚硬币，第 i 枚面值为 $2^{\{k_i\}}$，其中 k_i 是非负整数，面值不超过 10^9。

有 q 次询问，每次给定 x，求用硬币凑出 x 所需的最少硬币数。每次询问独立，同一枚硬币在一次询问中至多使用一次。

$1 \le n, q \le 2 \times 10^5$，$1 \le x \le 10^9$。

24 · AGC032 E: Modulo Pairing

AtCoder AGC032 E
给定 $2N$ 个整数 $a_1, ..., a_{2N}$，满足 $0 \le a_i < M$。把它们分成 N 对，每对 (x, y) 的权值为

$$(x + y) \bmod M.$$

一种配对方案的代价是 N 对权值的最大值。求最小可能代价。

$1 \le N \le 10^5$，$1 \le M \le 10^9$。